

СТАТЬИ

ТЕХНИЧЕСКИЕ НАУКИ

УДК 621.316.1

А. П. Афанасьев, М. В. Афанасьева

ПРИМЕНЕНИЕ АЛГОРИТМОВ КОМПЬЮТЕРНОЙ ГЕОМЕТРИИ ДЛЯ АНАЛИЗА КАРТ ПЛОТНОСТИ НАГРУЗКИ

Данная работа посвящена применению алгоритмов компьютерной геометрии для обработки и количественного анализа карт плотности нагрузки. Показано, что на основе предлагаемых алгоритмов возможна процедура прогноза пространственного распределения нагрузки на временную перспективу.

Ключевые слова: плотность нагрузки, компьютерная геометрия, алгоритм, прогноз.

Плотность нагрузки является общепринятым критерием, на основе которого рассчитываются технико-экономические параметры сети электроснабжения (ЭС) [1].

Существуют различные представления плотности нагрузки: заданные таблично, в виде аппроксимационных зависимостей и т. д.

В последнее время широкое распространение получило представление плотности нагрузки в виде пространственно распределённого двумерного сигнала $\sigma = \sigma(x, y)$ [2; 3].

Данные изображения связывают пространственные координаты и значения плотности нагрузки в рассматриваемой области.

По картам плотности нагрузки можно судить о характере энергопотребления в данной области, о пространственной структуре графа сети ЭС. На их основе также возможен предварительный прогноз об эволю-

Афанасьев Александр Петрович — кандидат технических наук, старший преподаватель, (Приамурский государственный университет имени Шолом-Алейхема, Биробиджан); e-mail: fourier@km.ru

Афанасьева Марина Викторовна — начальник учебно-методического управления программami высшего образования (Приамурский государственный университет имени Шолом-Алейхема, Биробиджан); e-mail: uu@prgusa.ru

© Афанасьев А. П., Афанасьева М. В., 2015

ции энергопотребления на ближайшую временную перспективу в рассматриваемом регионе.

На рисунке 1 представлено изображение карты плотности нагрузки в черте города Биробиджана, полученное в период зимнего максимума потребления электроэнергии (ЭЭ).

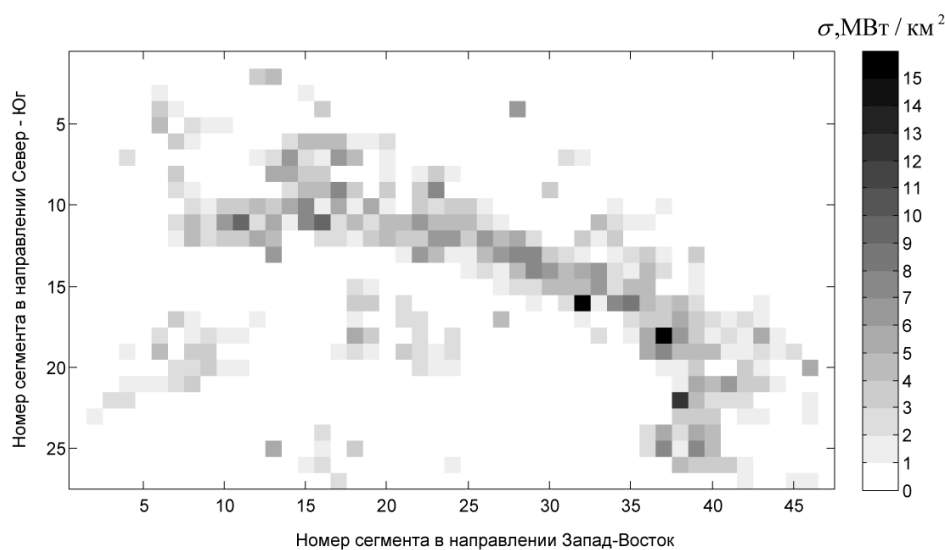


Рис. 1. Изображение плотности нагрузки г. Биробиджана

Описание плотности нагрузки в виде графического изображения, удобно не только по эстетическим соображениям, но и даёт возможность рассматривать карту плотности нагрузки как двумерный сигнал с присущими ему атрибутами – спектральной плотностью и другими статистическими характеристиками. Это позволит для анализа подобных сигналов применить соответствующий математический аппарат.

Выделение областей $\sigma = \sigma(x, y)$ с характерными особенностями производится на основе пороговой сегментации, т. е. сегментации по абсолютной величине.

Пример сегментации карты плотности нагрузки приведён на рисунке 2.

Как видно из рисунка 2, сегменты представлены бинарными изображениями в виде набора белых прямоугольников.

Бинарное изображение можно представить в виде функции

$$f(x, y) = \begin{cases} 1, & f(x, y) \in D \\ 0, & f(x, y) \notin D \end{cases}$$

В качестве параметров для описания подобных форм можно использовать эллиптические Фурье-дескрипторы.

Фурье-дескрипторы предполагают представление замкнутых контуров (в нашем случае границ сегментированных областей) конечным набором коэффициентов Фурье. Данный подход широко используется при решении задач распознавания образов, при обработке картографических и медицинских изображений и т. д.

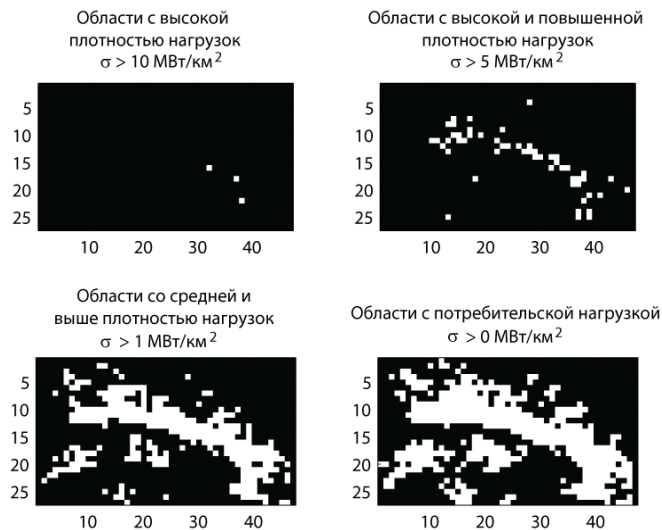


Рис. 2. Сегментация плотности нагрузки на 4 зоны по абсолютным значениям σ

Известно, что для периодической функции $f(t)$ с периодом T возможно представление в виде тригонометрического ряда Фурье:

$$f(t) = \frac{a_0}{2} + \sum_{k=1}^{\infty} (a_k \cos(k\omega t) + b_k \sin(k\omega t)) \quad (1)$$

где $\omega = \frac{2\pi}{T}$ — основная частота.

$$\begin{cases} a_k = \frac{2}{T} \int_0^T f(t) \cos(k\omega t) dt \\ b_k = \frac{2}{T} \int_0^T f(t) \sin(k\omega t) dt \end{cases} \quad (2)$$

Коэффициенты (2), участвующие в разложении (1) и описывающие функцию $f(t)$ являются дескрипторами Фурье.

Дескрипторы Фурье обладают следующими свойствами:

- сумма $a_k^2 + b_k^2$ устойчива к операции сдвига функции ($f'(t) = f(t + \alpha)$), доказательство см., например, в [3; 4], т. е.

$$a_k'^2 + b_k'^2 = a_k^2 + b_k^2; \quad (3)$$

– для функции $f'(t) = s \cdot f(t)$, где s – ненулевое число (масштабный коэффициент), дескрипторы a_k' и b_k' определяются как

$$a_k' = sa_k, \quad b_k' = sb_k. \quad (4)$$

В случае, когда периодическая функция $f(t)$ задана m дискретными значениями, то, как следует из теоремы Найквиста–Шеннона, максимально достижимая частота восстановленной по этим значениям функции равна $\frac{m}{2T}$. Отсюда следует, что в случае дискретной функции имеет смысл учитывать не более $m/2$ дескрипторов для её описания.

В этом приближении $f(t)$ примет вид:

$$f(t) \approx \frac{a_0}{2} + \sum_{k=1}^{m/2} (a_k \cos(k\omega t) + b_k \sin(k\omega t)), \quad (5)$$

где

$$a_k = \frac{2}{m} \sum_{j=1}^m f_j \cos(k\omega j\tau),$$

$$b_k = \frac{2}{m} \sum_{j=1}^m f_j \sin(k\omega j\tau), \quad \tau = \frac{T}{m}.$$

Если рассмотреть естественно-параметризованную замкнутую кривую, то функции координат $x(t)$ и $y(t)$ – периодические функции с периодом T , равным длине кривой, следовательно, и $x(t)$, и $y(t)$ можно представить в виде ряда Фурье (1) с коэффициентами (2), т. е. возможно представление (2) в виде:

$$f(t) = \begin{bmatrix} x(t) \\ y(t) \end{bmatrix} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} a_{x0} \\ b_{x0} \end{bmatrix} + \sum_{k=1}^{\infty} \begin{bmatrix} a_{xk} & b_{xk} \\ a_{yk} & b_{yk} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos(k\omega t) \\ \sin(k\omega t) \end{bmatrix}. \quad (6)$$

Из эллиптических Фурье-дескрипторов, описывающих плоскую замкнутую кривую, заданную параметрически, можно получить инвариантные дескрипторы, устойчивые к сдвигу, выбору начальной точки параметризации, масштабу и повороту в любых комбинациях [2].

$$d_k = \frac{a_{xk}^2 + a_{yk}^2 + b_{xk}^2 + b_{yk}^2}{a_{x1}^2 + a_{y1}^2 + b_{x1}^2 + b_{y1}^2}, \quad k \geq 2. \quad (7)$$

В результате можно получить набор инвариантных дескрипторов, описывающих геометрические особенности сегментированной области.

$$D = \{d_2, \dots, d_{m/2}\} \subset R^{m/2-1}. \quad (8)$$

Идея использования дескрипторов Фурье представляется весьма продуктивной, но в настоящее время из-за отсутствия статистической базы, необходимой для построения номограмм, применение данного подхода связано с объективными трудностями.

На первоначальном этапе анализа сегментированных областей для получения значений параметров элементов СЭ можно использовать общие однопараметрические дескрипторы, такие как форм-фактор, округлость, коэффициент соотношения длины к ширине области — aspect ratio, компактность, протяжённость, сжатость, выпуклость.

В таблице приведены определения однопараметрических дескрипторов для описания форм и их значения для диска и квадрата.

Таблица

Дескриптор	Определение	Диск	Квадрат	Прямоугольник при $b/a \rightarrow \infty$
Форм-фактор	$\frac{4\pi A}{L_{bnd}^2}$	1	$\pi/4$	$\rightarrow 0$
Округлость	$\frac{4A}{\pi D_{max}^2}$	1	$2/\pi$	$\rightarrow 0$
Aspect ratio	$\frac{D_{max}}{D_{min}}$	1	1	$\rightarrow \infty$
Компактность	$\frac{A}{A_{conv}}$	1	1	$\rightarrow 0$
Экстент	$\frac{A}{A_{bndrect}}$	$\pi/4$	1	Не определено
Сжатость	$\frac{2\sqrt{A/\pi}}{D_{max}}$	1	$2/\pi$	$\rightarrow 0$
Выпуклость	$\frac{L_{conv_bnd}}{L_{bnd}}$	1	1	1

Данные описания двумерных фигур в компактной форме отображают основные геометрические характеристики изображений областей плотности нагрузки и подходят для приближённой оценки топологических свойств. Наиболее информативным дескриптором двумерной формы является скелетон или остов.

Скелетон графического двумерного объекта сохраняет число Эйлера — Пуанкаре и в сжатой форме описывает геометрические и топологические свойства плоских фигур, такие как связность, длина, ширина, направление. Таким образом, скелетон — это сжатое описание двумерной фигуры с помощью одномерного объекта, содержащего всю информацию, необходимую для восстановления формы.

Скелетон сегментированной области может служить прообразом оптимального графа сети ЭС и объектом, на основе которого можно оценить

коэффициент разветвлённости — k_{br} , коэффициент распределения нагрузки — k_L , и предполагаемые координаты ответвлений.

Математически скелетон определяется как множество точек бинарного изображения $X \subset R^2$, таких, что:

$$Skel(X) = \bigcup_{\rho > 0} \bigcap_{\mu > 0} [(X \bullet \rho B) - (X \bullet \rho B) \circ \mu \bar{B}], \quad (9)$$

где \bullet и \circ — морфологические операции эрозии и открытия соответственно, ρB — открытый круг радиуса ρ и \bar{B} — граница B .

Рассмотрим применение скелетона к области с $\sigma > 5$ МВт/км².

Данная область представлена на рисунке 3 и представляет собой плоскую фигуру, состоящую из квадратов со стороной $\lambda = 0.2$ км.

Выбор в качестве пространственного масштаба величины $\lambda = 0.2$ км в данной работе обусловлен анализом статистических данных по длине кабельных линий сети 0.4 кВ. Например, как следует из [5], средняя длина кабельных линий 0.4 кВ различного сечения для сельтебных городских зон, находится в пределах 0.11–0.13 км. Значение $\lambda = 0.2$ км обусловлено необходимостью учёта нагрузки потребителей, находящихся на максимальных расстояниях от ТП.

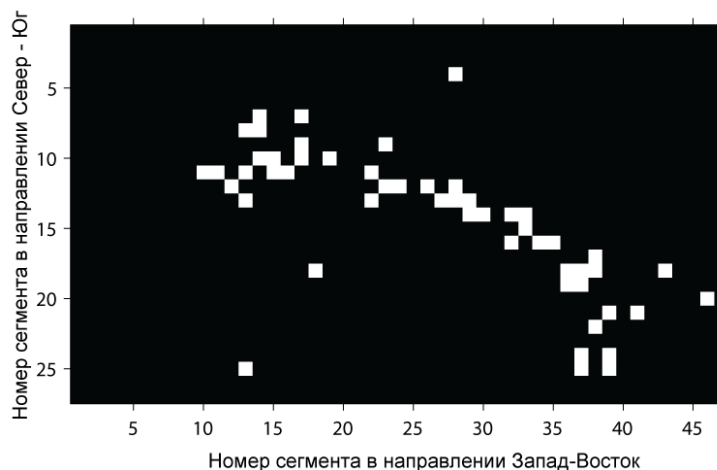


Рис. 3. Двоичное изображение областей с плотностями нагрузки $\sigma \geq 5$ МВт/км²

В [6] показано, что характер уменьшения нагрузки от центра к периферии согласуется с кривой нормального (гауссова) распределения вероятности, уравнение поверхности которой можно представить в виде:

$$f(x, y) = \frac{1}{2\pi\sigma^2} e^{-\frac{(x-a)^2 + (y-b)^2}{2\sigma^2}}, \quad (10)$$

где a и b координаты вершин поверхности, а σ – радиус рассеяния значений функции.

Изображение на рисунке 4 обработано «гауссовым фильтром» – (10) и представляет области, где плотность нагрузки отлична от нуля.

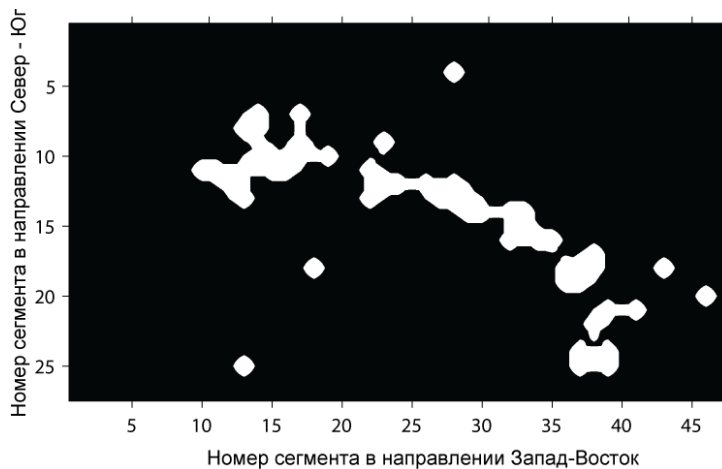


Рис. 4. Двоичное изображение областей с плотностями нагрузки $\sigma \geq 5$ МВт/км² после обработки

На данном изображении видны 5 основных областей – зон действия КЛ СН (в действующей сети г. Биробиджана 5 ЦП 35/6 кВ). Для этих областей можно определить центры нагрузок как предварительные координаты мест расположения ЦП и получить изображения остовов этих областей как предполагаемых зон укладки КЛ СН.

На рисунке 5 представлено изображение скелетона рассматриваемого сегмента.

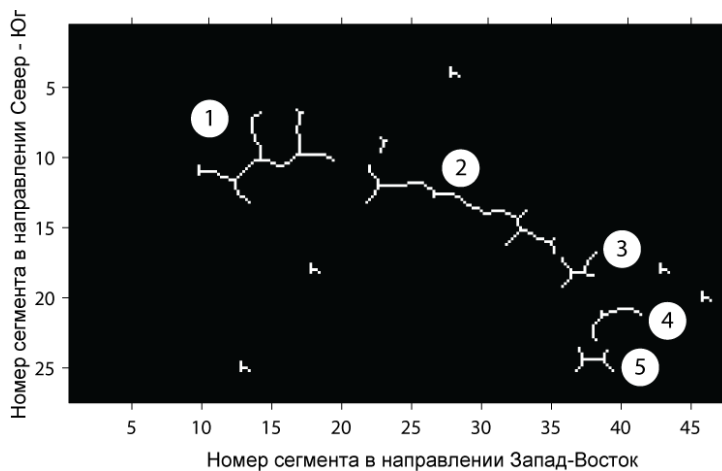


Рис. 5. Изображение скелетонов (остовов) областей с плотностями нагрузки $\sigma \geq 5$ МВт/км²

Сопоставление изображения скелетона с геодезической картой города позволяет провести анализ возможных направлений развития сетевых сегментов КЛ СН и получить численные оценки коэффициентов разветвлённости, а также выполнить прогноз распределения нагрузки по рассматриваемым направлениям.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Электротехнический справочник. В 3 томах. Том 2. Электротехнические изделия и устройства /под общ. ред. профессоров МЭИ: И. Н. Орлова (гл. ред.) [и др.]. М.: Энергоатомиздат, 1986. 712 с.
2. *Markuu Hyvvarinen*. Electrical networks and economies of load density : Doctoral Dissertation. Helsinki University of Technology, 2008. 158 с.
3. *Афанасьев А. П., Афанасьева М. А.* Определение оптимальных технико-экономических параметров элементов сетей электроснабжения с использованием инструментария ГИС // Современная техника и технологии. 2014. № 4. [Электронный ресурс]. URL: <http://technology.snauka.ru/2014/04/3405> (дата обращения: 25.04.2014)
4. *Гончаров Д. А., Недзведь А. М., Абламейко С. В.* Анализ методов построения объёмных дистанционных карт // Искусственный интеллект. 2009. № 4. С. 114–127.
5. *Гордин С. А.* Выбор параметров элементов городских систем электроснабжения низкого напряжения на основе математического моделирования режима их работы : дис. ... канд. тех. наук. Комсомольск-на-Амуре, 2009. 133 с.
6. *Горячев В. Я., Михайлов С. А.* Математические методы определения центра распределённых по поверхности нагрузок // Фундаментальные исследования. 2013. № 4. Ч. 2. С. 276–280.

* * *

Afanasyev Alexander P., Afanasyeva Marina V.
APPLICATION OF ALGORITHMS OF COMPUTER GEOMETRY
FOR ANALYSING THE MAPS OF LOAD DENSITY

(Sholom-Aleichem Priamursky State University, Birobidzhan)

This work deals with the use of computer algorithms for geometry processing and quantitative analysis of maps of the load. It is shown that on the basis of the proposed algorithms the spatial distribution of the forecast load time perspective can be processed.

Keywords: load density, computer geometry, algorithm, prediction.

REFERENCES

1. *Elektrotekhnicheskiy spravochnik. V 3 t. T 2. Elektrotekhnicheskie izdeliya i ustroystva* (Electrical Engineering Handbook in 3 vol. Vol. 2. Electrical products and devices), editor I. N. Orlov, Moscow, Energoatomizdat, 1986. 712 p.
2. *Markuu Hyvvarinen. Electrical networks and economies of load density*. Doctoral Dissertation, Helsinki University of Technology, 2008. 158 p.
3. *Afanasyev A. P., Afanasyeva M. A.* Determination optimal technical and economic parameters of the elements of power supply networks using GIS tools [Определение оптимальных технико-экономических параметров элементов сетей электроснабжения с использованием инструментария ГИС], *Sovremennaya*

- tehnika i tekhnologii*, 2014, no. 4, available at: <http://technology.snauka.ru/2014/04/3405> (accessed 04.25.2014).
4. Goncharov D. A, Nedzved A. M, Ablameyko S. V. Analysis methods for constructing volume remote cards [Analiz metodov postroeniya ob'yemnykh distantsionnykh kart], *Iskusstvennyy intellect*, 2009, no. 4, pp. 114 – 127.
 5. Gordin S. A. *Vybor parametrov elementov gorodskikh sistem elektrosnabzhe-niya nizkogo napryazheniya na osnove matematicheskogo modelirovaniya rezhima ikh raboty* (The choice of parameters of elements of urban systems, low-voltage power supply on the basis of mathematical modeling of the mode of their work), Dis. ... Cand. tehn. Sciences, Komsomolsk-on-Amur, 2009. 133 p.
 6. Gorjachev V. Ya., Mikhailov S. A. Mathematical methods for determining the distribution center to the surface loads [Matematicheskie metody opredeleniya tsentra raspredelennykh po poverkhnosti nagruzok], *Fundamental'nye issledovaniya*, 2013, no. 4 (part 2), pp. 276 – 280.

* * *